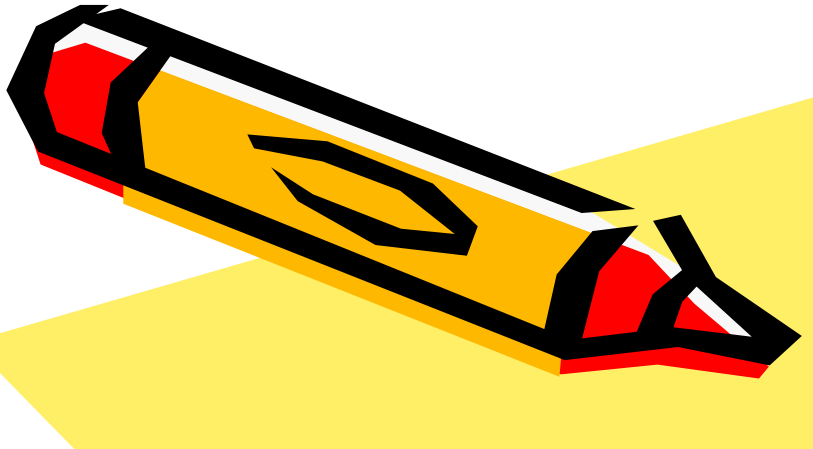


โครงสร้างข้อมูลแบบทรี

Tree

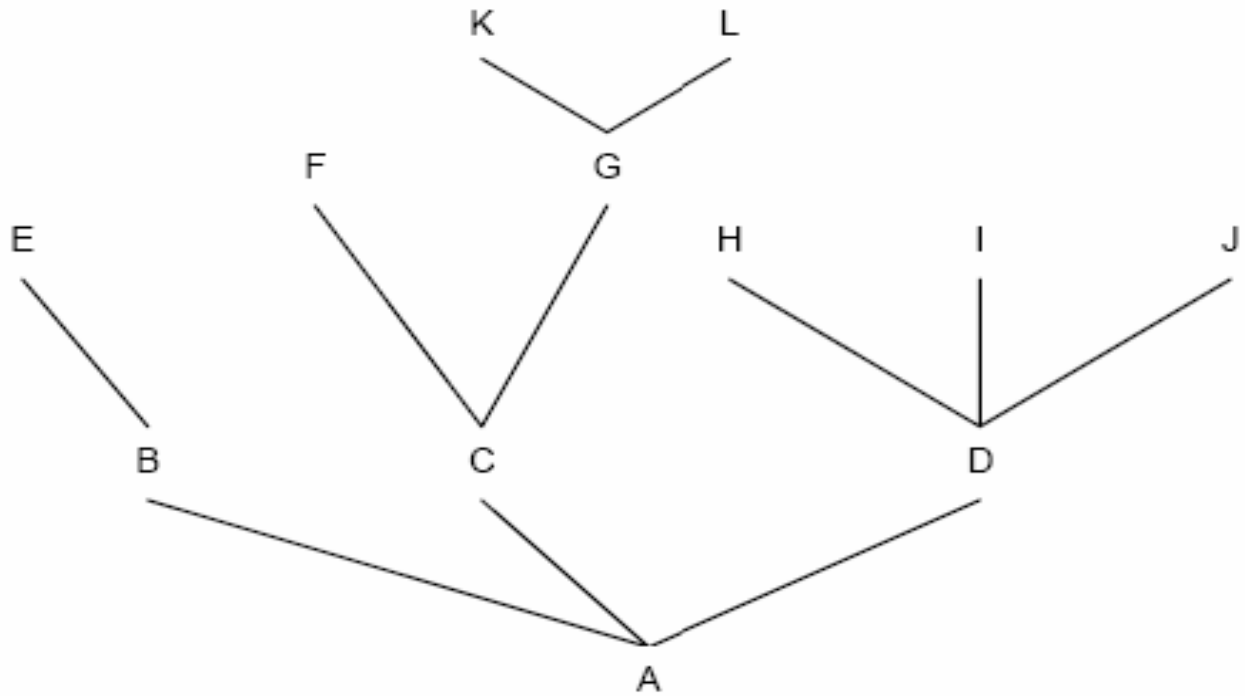
โครงสร้างต้นไม้ (tree) เป็นโครงสร้างชนิดไม่เชิงเส้นที่สำคัญที่สุด ของโครงสร้างข้อมูลโครงสร้างต้นไม้มีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับธรรมชาติของข่าวสารและวิธีการแปลงข่าวสารมาก โครงสร้างต้นไม้มีลักษณะที่สมชื่อของตนเอง เพราะมีลักษณะคล้ายกิ่งก้านของต้นไม้ตามธรรมชาติจะงอกจากล่างจุดที่มีการแตกกิ่งก้านสาขาออกไปจะเรียกว่าโหนด (node) โดยข่าวสารจะเก็บอยู่ที่โหนด กิ่งที่ต่อระหว่างจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างโหนดเรียกว่าลิงค์ (link)

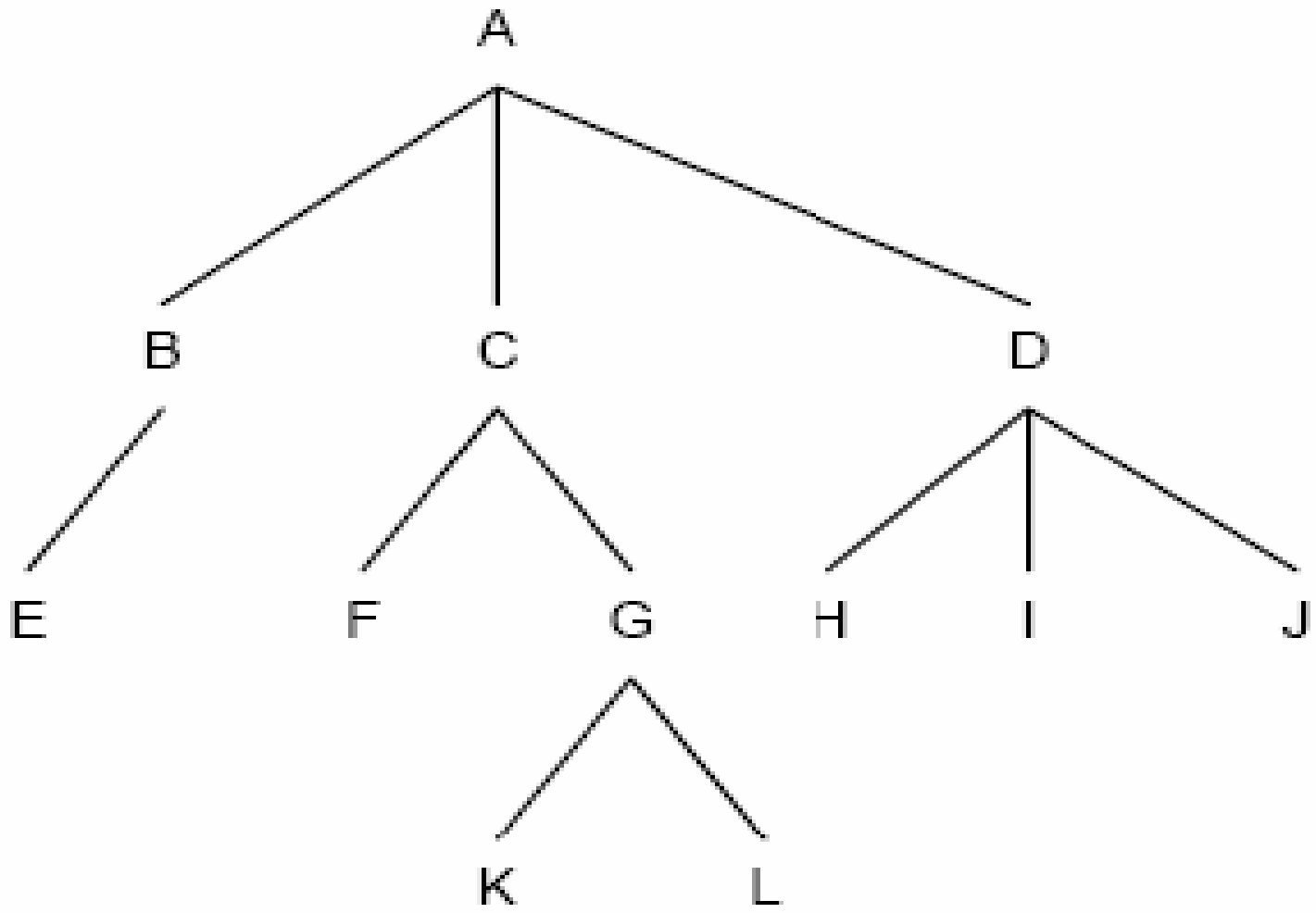
รากของต้นไม้ T นั้นเขียนแทนด้วย ROOT (T)

ROOT (T) = A

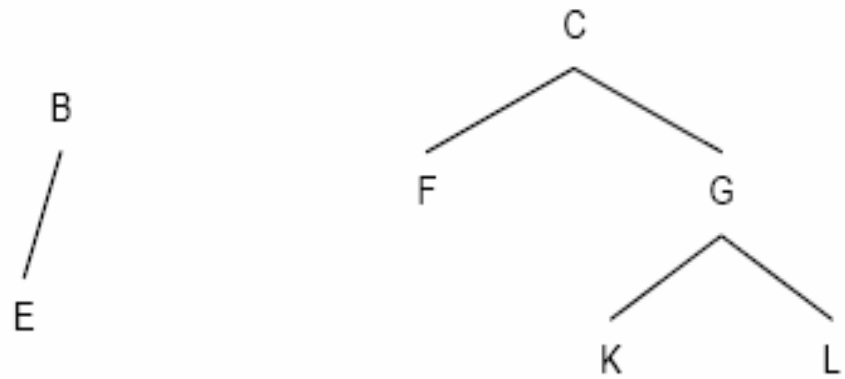
กิ่งของราก A คือ B, C, D

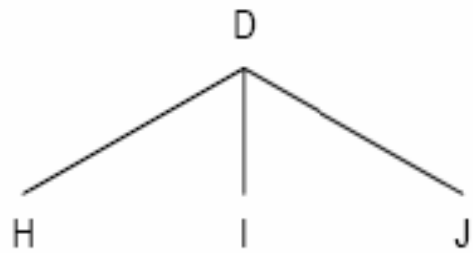
B อาจจะเป็นรากของต้นไม้ซึ่งมี E เป็นกิ่ง




A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L

จากรูป A นั้นเป็นพ่อแม่ (parent) ของ B และ B นั้นเป็นลูก (child) ของ A โหนด 2โหนด ที่มีพ่อแม่ ตัวเดียวกัน เรียกว่า พี่ชาย (brother) หรือ น้องสาว (sister) หรือโหนดพี่น้อง (siblings) สำหรับโหนด ที่ไม่มีลูก (child) นั้น เรียกว่า ใบ (leaves) ของต้นไม้





ในที่นี้ ใบ ได้แก่บัพ E F K L H I และ J

ระดับของโหนด

การพิจารณาระดับของโหนดโดยนับระยะทาง (path) จากรากถึงโหนด ในรูปที่ เช่น

ระดับ	โหนด
0	A
1	B C D
2	E F G H I J
3	K L

ความสูง (height) ของต้นไม้คือ 1+ระดับ (level) สูงสุดของต้นไม้

น้ำหนัก (weight) ของต้นไม้คือ จำนวนของใบ

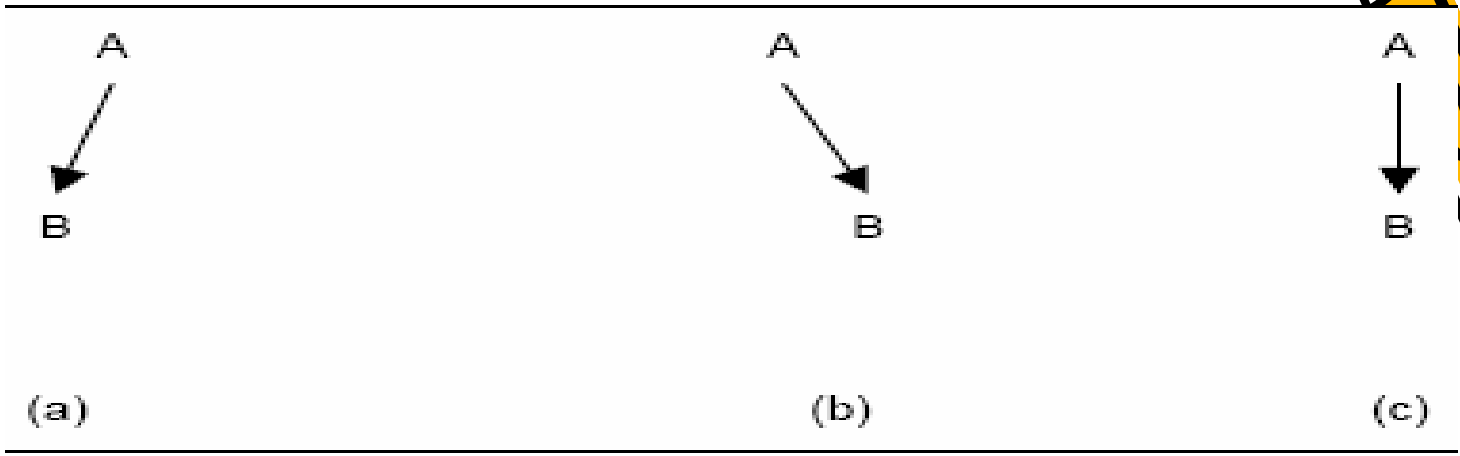
จากตัวอย่างที่รูปที่ 5.2 ต้นไม้มีความสูง (height) = 4

น้ำหนัก (weight) = 7

ป่า (forest) เป็นการรวบรวมต้นไม้ที่มีรากหลายต้น (rooted tree)

ต้นไม้แบบทวิภาค (binary trees)

ต้นไม้แบบทวิภาคเป็นต้นไม้ที่มีความสำคัญมากที่สุด ซึ่งต้นไม้แบบทวิภาคนี้เป็นเซตมีขอบเขตอาจเป็นเซตว่างหรือประกอบด้วยต้นไม้แบบทวิภาค 2 ต้นซึ่งเรียกว่า กิ่งซ้ายหรือกิ่งขวาในกรณีของต้นไม้แบบทวิภาคนี้ จำนวนสูงสุดของ (out-degree) ของลูกในแต่ละบัพนั้นคือ 2 และต้นไม้นั้นจะมีความแตกต่างระหว่างข้างซ้ายและข้างขวา



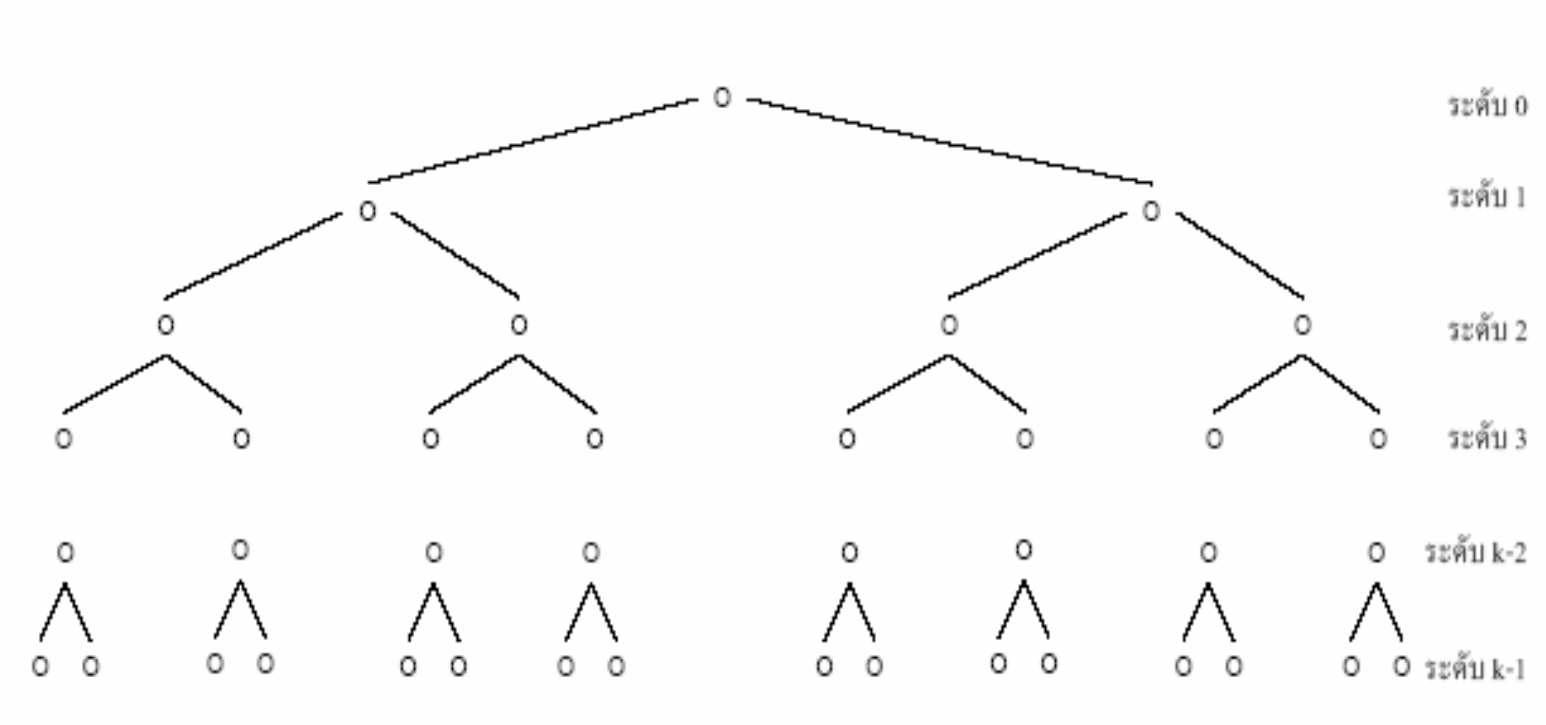
รูป (a) และ (b) นั้นเป็นต้นไม้ที่แตกต่างกัน

ต้นไม้รูป (a) เป็นกิ่งซ้าย

ต้นไม้รูป (b) เป็นกิ่งขวา

ต้นไม้รูป (c) ไม่ใช่ต้นไม้แบบทวิภาค เพราะไม่มีการแตกกิ่งด้านซ้าย หรือด้านขวามีแต่ลงไปด้านล่าง

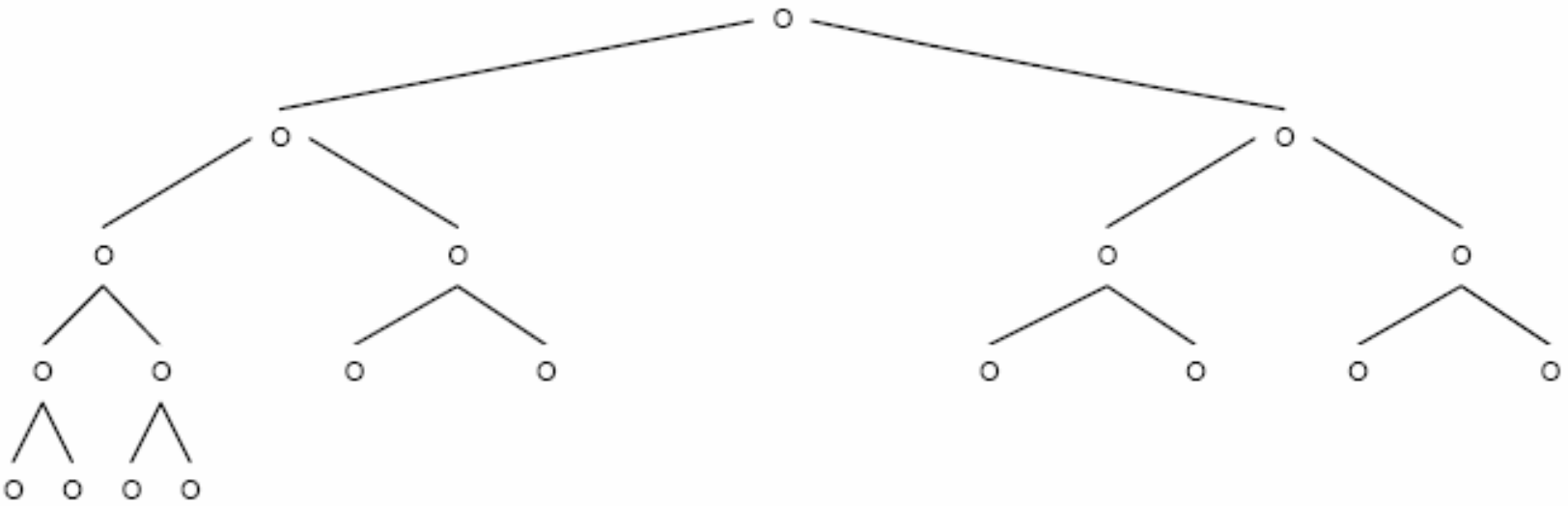
ต้นไม้ทวิภาคแบบสมบูรณ์ (Complete Binary Tree)



คือ ต้นไม้แบบทวิภาค ที่ประกอบด้วยจำนวนบัพสูงสุด ซึ่งสามารถบรรจุได้ในความสูง(height) นั้น การคำนวณจำนวนบัพสูงสุด ที่ระดับ k ใดเท่ากับ 2k (เมื่อ k=0 ถึง n)

จำนวนบัพทั้งหมดใน ตนไมแบบทวิภาคสมบูรณ คือ $\sum_{I=0}^{k-1} 2^I$

ต้นไม้แบบทวิภาคเกือบสมบูรณ์ (almost complete binary tree)



คือ ต้นไม้แบบทวิภาค ที่มีจำนวนระดับทั้งหมดเป็น k ซึ่งประกอบด้วยระดับ 0 ถึงระดับ k-2 นั้นมีบัพ ทุกบัพเต็ม แต่ที่ระดับ k-1 ส่วนที่อยู่ด้านซ้ายนั้นเต็ม

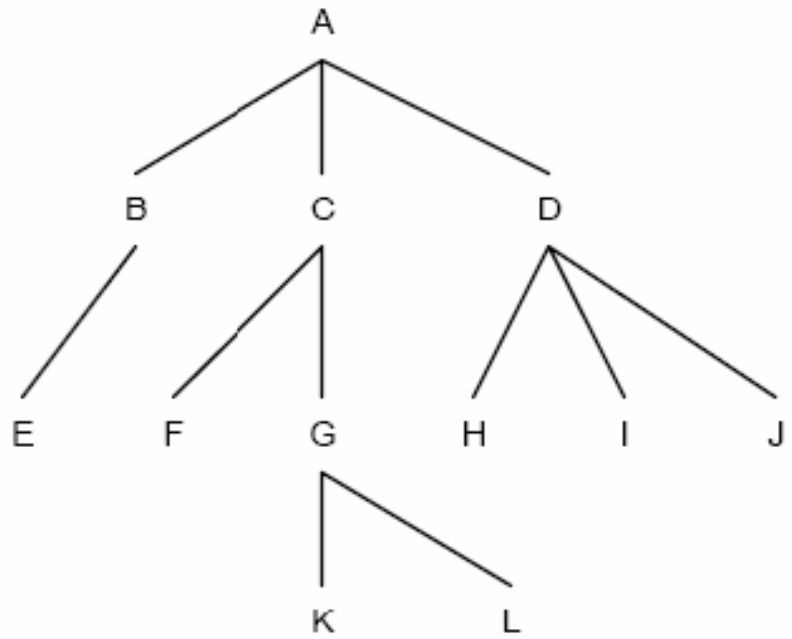
การใช้ต้นไม้แบบทวิภาคแทนต้นไม้ทั่วไป

กรณีของต้นไม้ทั่วไป (general tree) ไม่สามารถกำหนดได้ว่าแต่ละบัพ จะมีกิ่งจำนวนเท่าใดสำหรับต้นไม้แบบทวิภาคแต่ละบัพมีกิ่ง ได้ไม่เกิน 2 เท่านั้น

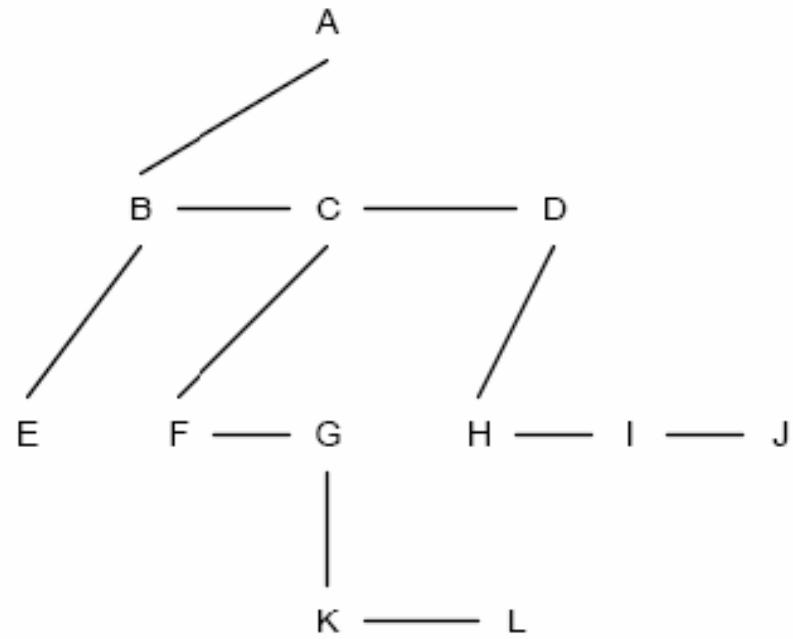
วิธีการเปลี่ยนจากต้นไม้ทั่วไปเป็นต้นไม้แบบทวิภาคมีอัลกอริทึ่ม ดังนี้

1. เพิ่มเส้นเชื่อมที่เชื่อมกับบัพพี่น้อง และลบเส้นเชื่อมที่บัพพ่อแม่เชื่อมต่อกับบัพลูกยกเว้นเส้นเชื่อมที่อยู่ด้านซ้ายสุด

2. หมุนแผนภาพต้นไม้ทำมุม 45 องศาตามเข็มนาฬิกา เพื่อแยกระหว่างกิ่งข้างซ้ายและกิ่งข้างขวา



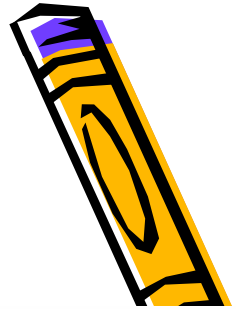
รูปที่ A ต้นไม้ทั่วไป



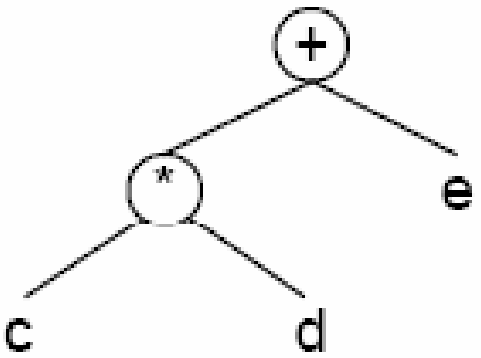
รูปที่ B ต้นไม้หลังจากมีการเปลี่ยนเส้นเชื่อมระหว่างโหนดต่าง ๆ

การแวะผ่านต้นไม้ทวิภาค

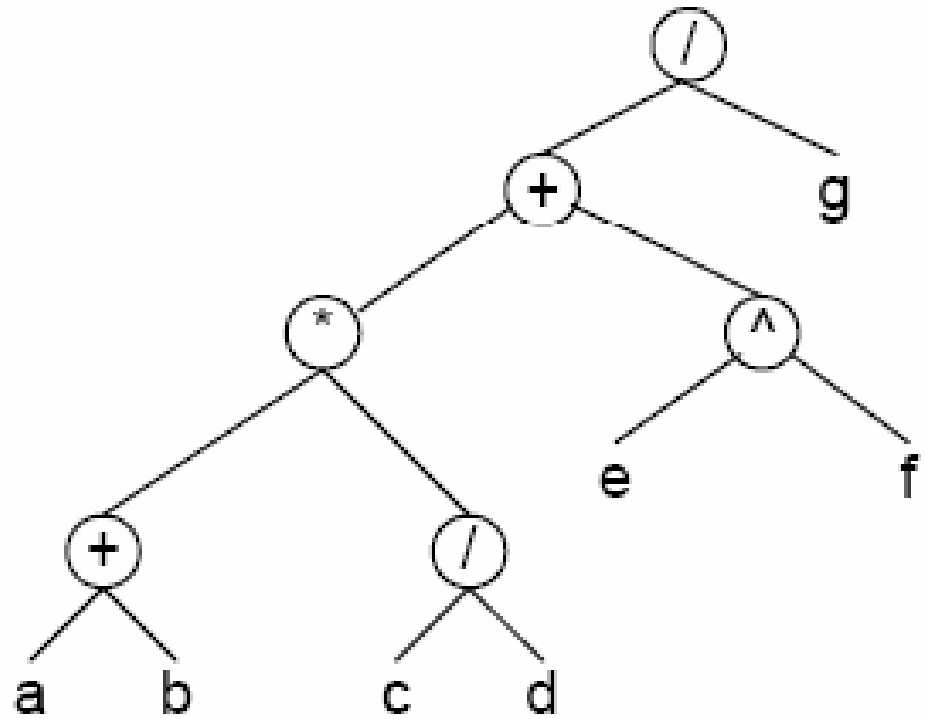
การแวะผ่านต้นไม้ (Tree traversal) คือขบวนการดำเนินงานในต้นไม้ ซึ่งมีการเยี่ยมแต่ละบัพ เพียง1 ครั้งเมื่อต้นไม้ได้รับการแวะผ่าน หมายถึงบัพทั้งหมดได้รับการตรวจ ซึ่งเป็นการดำเนินงานแบบเรียงลำดับตรงกันข้ามกับการค้นซึ่งเยี่ยมเฉพาะบางบัพเท่านั้นต้นไม้แบบทวิภาคเป็นโครงสร้างข้อมูลที่ใช้กันแพร่หลายในการเก็บข้อมูล ต้นไม้แบบ



- ทวิภาคในรูป (a) และ (b) ใช้เก็บนิพจน์ทางคณิตศาสตร์



(a) ต้นไม้ของนิพจน์ c*d+e



(b) ต้นไม้ของนิพจน์ ((a+b) * (c/d) + e^f))/g

ต้นไม้รูปที่ (a) และต้นไม้รูปที่ (b) ประกอบด้วยบัพที่ไม่ใช่ใบซึ่งเป็นตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้บัพที่เป็นใบ เป็นตัวถูกดำเนินการเมื่อต้นไม้ได้รับการแวะผ่าน หมายถึง บัพทั้งหมดได้รับการเยี่ยม ซึ่งเป็นการดำเนินงานแบบเรียงลำดับแตกต่างจากการค้นหา ซึ่งเยี่ยมเฉพาะบางบัพเท่านั้นอัลกอริทึ่มของการแวะผ่านต้นไม้แบบทวิภาค มี 3 ขั้นตอน คือ

- ไปเยี่ยมที่ราก
- แวะผ่านกิ่งซ้าย
- แวะผ่านกิ่งขวา

การแวะผ่านต้นไม้แบบทวิภาคมี 3 วิธีการดังนี้

วิธีที่ 1. การแวะผ่านก่อนลำดับ (Pre-order traversal) ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

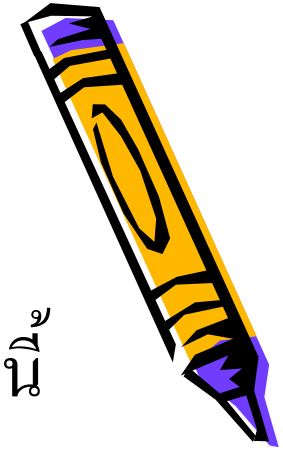
- ไปเยี่ยมที่ราก
- แวะผ่านกิ่งซ้ายในแบบก่อนลำดับ
- แวะผ่านกิ่งขวาในแบบก่อนลำดับ

วิธีที่ 2. การแวะผ่านตามลำดับ (In-order traversal)

- แวะผ่านกิ่งซ้ายในแบบตามลำดับ
- ไปเยี่ยมที่ราก
- แวะผ่านกิ่งขวาในแบบตามลำดับ

วิธีที่ 3. การแวะผ่านหลังลำดับ (Post-order traversal)

- แวะผ่านกิ่งซ้ายในแบบหลังลำดับ
- แวะผ่านกิ่งขวาในแบบหลังลำดับ
- ไปเยี่ยมที่ราก



แสดงวิธีการเขียนการแวะผ่านต้นไม้ ทั้ง 3 วิธีการได้ดังนี้

จากรูปที่ (a) ต้นไม้ a:

ก่อนลำดับ : +*cde

ตามลำดับ : c*d+e

หลังลำดับ : cd*e+

จากรูปที่ (b) ต้นไม้ b:

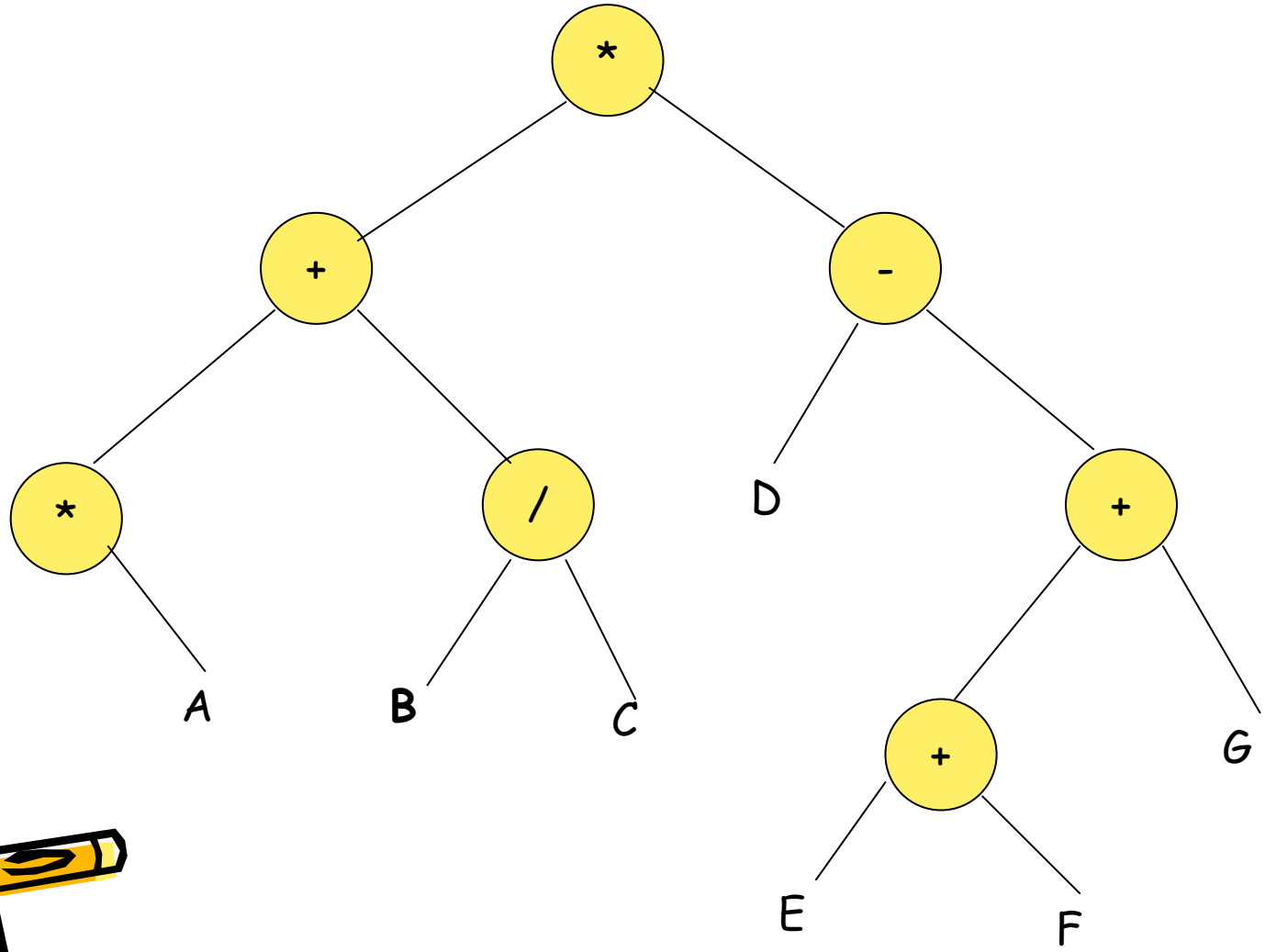
ก่อนลำดับ : /+*+ab/cd^efg

ตามลำดับ : a+b*c/d+e^f/g

หลังลำดับ : ab+cd/*ef^+g/

พบว่า การทำงานแบบก่อนลำดับมีคุณสมบัติคล้ายกับพรีฟิกในเรื่องของสตริงโดยการเขียนตัวดำเนินการอยู่ก่อนหน้าตัวถูกดำเนินการ ส่วนการแวะผ่านตามลำดับให้ผลเช่นเดียวกับอินฟิก โดยการเขียนตัวดำเนินการจะอยู่ระหว่างตัวถูกดำเนินการ การทำงานแบบหลังลำดับคล้ายกับโพสฟิกซึ่งมีการเขียนตัวดำเนินการจะอยู่หลังตัวถูกดำเนินการ

แบบฝึกหัด



จากรูป จงหา

1. ทรีนี้มีบัพ (ใบ) จำนวนเท่าใด อะไรบ้าง
2. ทรีนี้มีกี่ระดับ และแต่ละระดับมีโหนดอะไรบ้าง
3. จงแสดงการแวะผ่านของทรี

    3.1 แบบ Pre-order traversal)

    3.2 แบบ In-order traversal)

    3.3 แบบ Post-order traversal)